

# Wiskunde Geowetenschappen Blok II

Donderdag 30 januari 2014

Succes!

1. Gegeven is de functie

$$f(x, y) = x^4 \sin(xy^3)$$

(a) Bepaal de afgeleide functies  $\frac{\partial f}{\partial x}$  en  $\frac{\partial f}{\partial y}$ .

(b) Toon aan dat

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial f}{\partial y} \right)$$

(c) Gegeven is de functie

$$f(x, y) = \frac{x^2 y}{y^2 + x^4}$$

i. Bepaal de waarde van de limiet

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

langs de verzameling rechte lijnen  $y = m.x$  in het  $(x, y)$ -vlak.  
Wat weet je nu in wiskundige zin?

ii. Bepaal deze limiet langs de verzameling parabolen  $y = k.x^2$  in het  $(x, y)$ -vlak. Wat weet je nu in wiskundige zin?

iii. Bepaal de afgeleide  $\frac{\partial f}{\partial x}$  in het punt  $(1, 1)$

2. Gegeven zijn de vectoren

$$\vec{u} = \langle 1, 3, -1 \rangle, \vec{v} = \langle 1, 1, 2 \rangle \text{ en } \vec{w} = \langle 3, -1, 2 \rangle$$

(a) Bepaal de hoek tussen de vectoren  $\vec{u}$  en  $\vec{v}$  met behulp van het uitwendig product

$$\|\vec{u}\|^2 + \|\vec{v}\|^2$$

- (b) Bepaal de hoek tussen de vector  $\vec{u}$  en de vector die loodrecht staat op het vlak dat opgespannen wordt door de vectoren  $\vec{v}$  en  $\vec{w}$
- (c) Toon aan dat de zogenaamde Lagrange identiteit

$$(\vec{u} \cdot \vec{v})^2 = \|\vec{u}\|^2 \|\vec{v}\|^2 - \|\vec{u} \times \vec{v}\|^2$$

geldt voor de vectoren  $\vec{u}$  en  $\vec{v}$ .

- (d) Bereken het volume van het parallellepipedum dat opgespannen wordt door deze drie vectoren. Hint: scalair tripple product.
- (e) Wat weet je van twee vectoren  $\vec{p}$  en  $\vec{q}$  als geldt

$$\frac{\|\vec{p} \times \vec{q}\|}{\|\vec{p}\| \|\vec{q}\|} = 1$$

- (f) Wat weet je dan van  $\vec{p} \cdot \vec{q}$ ?

3. Bepaal de volgende bepaalde integraal met behulp van partiële integratie

$$\int_1^e x^2 \ln(x) dx$$

4. Gegeven is de tweede-orde homogene differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k \frac{dy}{dx} + 25y = 0$$

- (a) Laat  $k = -10$  zijn. Bepaal dan de algemene oplossing van deze DV
- (b) Stel dat het antwoord van de vorige vraag gegeven wordt door

$$y(x) = e^{5x}(C_1 + C_2 x)$$

Bepaal dan de oplossing van het beginvoorwaardeprobleem  $y(0) = 0$  en  $y'(0) = 1$

- (c) Voor welke waarde(n) van  $k$  heeft deze vergelijking periodieke oplossingen in de vorm van

$$y(x) = e^{ax}(C_1 \sin(bx) + C_2 \cos(bx))$$

- 5. Gebruik zowel een u-substitutie als goniometrische substitutie om de volgende integraal te bepalen

$$\int \frac{2x \, dx}{\sqrt{1-4x^2}} \quad \text{u-sub}$$

Dus beide methoden gebruiken om precies het zelfde antwoord te vinden!

6. Gegeven is de eerste-orde differentiaalvergelijking

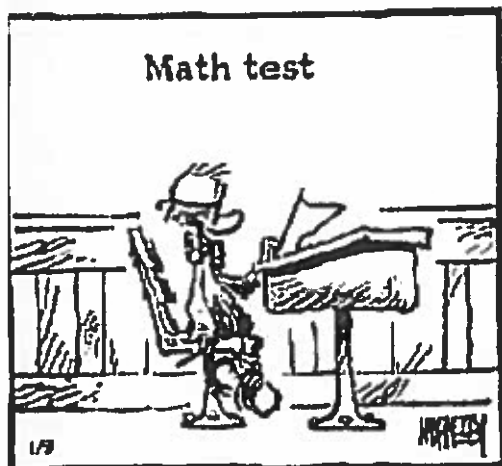
$$\frac{1}{x} \frac{dy}{dx} + 2y = 1$$

- (a) Bepaal de algemene oplossing met behulp van scheiden van variabelen
  - (b) Iemand beweert dat deze vergelijking ook op te lossen is met behulp van een integrerende factor. Is dat waar? Zo ja, gebruik die methode dan om de oplossing te bepalen.
  - ♣ (c) Klopt het dat  $y(0) = 0$  een triviale oplossing van dit beginvoorwaardeprobleem is? Leg uit wat een triviale oplossing van een DV is.
7. Gegeven is de vergelijking van de volgende bol in de drie-dimensionale  $(x, y, z)$  ruimte

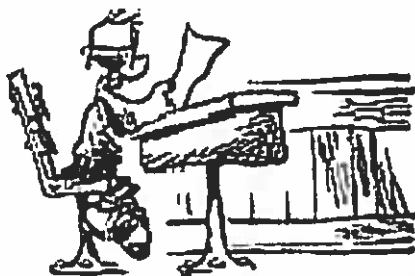
$$(x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$$

Bepaal de afgeleide  $\frac{\partial z}{\partial x}$  met behulp van impliciete partiële differentiatie

Math test



Find the square root of 225.



I DIDN'T KNOW IT WAS MISSING.



