

## Tussentoets 1: Integratietechnieken

2 December 2008, 11:00 - 13:00

Veel succes!

1. Gegeven is de vergelijking van de volgende ellips:

$$\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{25} = 1$$

- (a) Geef de explicite uitdrukking voor  $y(x)$
- (b) Bereken van integratie het oppervlak van deze ellips (Let op: **iedere denkbare integratiemethode is toegestaan!**)
- (c) Gebruik nu een **goniometrische substitutie** om het oppervlak van de ellips te berekenen. Dit moet dus het zelfde resultaat als bij (b) opleveren.
2. Gegeven is de volgende bepaalde integraal

$$\int_0^1 e^{-ax} \sin(e^{-ax}) dx$$

Gebruik een geschikte **u-substitutie** om de waarde van deze integraal te bepalen

3. Gegeven is de bepaalde integraal

$$\int_0^1 e^{-ax} \ln(e^{-ax}) dx$$

Toon aan d.m.v. **partiële integratie** dat de waarde van de integraal gelijk is aan

$$e^{-a} \left(1 + \frac{1}{a}\right) - \frac{1}{a}$$

Hint: Let goed op de MIN-tekenen in de uitwerking!

4. Gegeven is de volgende goniometrische integraal

$$\int_0^{\pi/4} \cos^3(2x) dx$$

Toon aan doormiddel van een **integratietechniek naar eigen keuze** dat deze integraal inderdaad gelijk is aan  $\frac{1}{3}$ .

5. Gegeven is de gelijkheid:

$$f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(s) ds, \quad \text{waar } a < c < b$$

- (a) Wat is de wiskundige betekenis van deze gelijkheid? Uitleggen in woorden!
- (b) Gebruik een dubbele hoek formule om aan te tonen dat

$$f(c) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \sin^2(x) dx = \frac{1}{2}$$

- (c) Welke waarde(n) van  $c$  hoort(horen) bij de integraal die onder (b) gegeven is en wat is de betekenis daar van? Hierbij mag je zowaar je grafische rekenmachine gebruiken, hoeft echter niet.

.... Einde ....