Tussentoets 2: Differentiaalvergelijkingen

Donderdag 17 december 2009

14:00-15:00

1. Gegeven is de tweede-orde homogenene differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} + k = 0 \tag{1}$$

waarin k een reëel getal is

(a) Stel dat $k = -6$. Bepaal in dat geval de algemene oplossing van de DV.

(b) De begincondities zijn $y(0) = 1$ en $dy/dx(0) = y'(0) = 0$. Bepaal de particuliere oplossing van dit beginwaardeprobleem

(c) Voor welke waarde(n) van k heeft vergelijking (1) periodieke oplossingen die voldoen aan

$$y(x) = e^{ax}[C_1 \ \sin(bx) + C_2 \ \cos(bx)]$$

2. Gegeven is de tweede-orde homogenene differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + k = 0 \tag{2}$$

waarin k een reëel getal is

(a) Stel dat $k = -6$. Bepaal in dat geval de algemene oplossing van de DV.

(b) De begincondities zijn $y(0) = 0$ en $dy/dx(0) = y'(0) = 1$. Bepaal de particuliere oplossing van dit beginwaardeprobleem

(c) Voor welke waarde(n) van k heeft vergelijking (1) oplossingen die voldoen aan

$$y(x) = e^{mx}[C_1 + C_2 \ x] \quad D = 0 \quad m = \frac{-p}{2}$$

$y(x) = C_1 e^{ax} + C_2 e^{bx} \quad D > 0$

3. Gegeven is de eerste-orde DV

$$2y(x+1)\frac{dy}{dx} - 1 - y^2 = 0$$

Bepaal d.m.v. scheiden van variabelen de algemene oplossing

4. Gegeven is de eerste-orde DV

$$2y(x-1)\frac{dy}{dx} - 1 - y^2 = 0$$

Bepaal d.m.v. scheiden van variabelen de algemene oplossing

5. Gegeven is de eerste-orde DV

$$\frac{dy}{dx} + \beta y - \cos(e^{\beta x}) = 0$$

waarin β een willekeurig reëel getal is.

(a) Bepaal de integrerende factor $\mu(x)$

(b) Beplaal de algemene oplossing m.b.v. die integrerende factor.

(c) BONUS VRAAG: Iemand beweert dat de DV geen oplossing heeft voor $\beta = 0$. Klopt dat? Motiveer m.b.v. wiskunde!

6. Gegeven is de eerste-orde DV

$$\frac{dy}{dx} + \phi y - \sin(e^{\phi x}) = 0$$

waarin ϕ een willekeurig reëel getal is.

(a) Bepaal de integrerende factor $\mu(x)$

(b) Beplaal de algemene oplossing m.b.v. die integrerende factor.

(c) BONUS VRAAG: Iemand beweert dat de DV geen oplossing heeft voor $\phi = 0$. Klopt dat? Motiveer m.b.v. wiskunde!

.... **Einde** ....