

Tussentoets 3: Vectoren

19 januari 2010, 11:45 - 12:45

1. Gegeven is de cubus ABCD-EFGH. EFGH zijn de hoekpunten van het ondervlak, ABCD de hoekpunten van het boven vlak. De oorsprong van het (x,y,z) -assenstelsel bevindt zich in het hoekpunt E, zodanig dat EH langs de x-as ligt, EF langs de y-as en EA langs de z-as. De ribbe van de cubus heeft een lengte 4. Hint: teken de cubus!
 - (a) Bereken de hoek tussen de vlakdiagonaal EG en de lichaamsdiagonaal EC.
 - (b) Bepaal de vector die loodrecht staat op de vlakdiagonaal EG en de lichaamsdiagonaal EC.
 - (c) Bepaal de richting van deze orthogonale vector.
 - (d) Toon aan dat $\vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j}$.
 - (e) Iemand beweert dat de hoek tussen de vlakdiagonalen EG en ED 90 graden is. Klopt dat? Motiveer met wiskunde.

2. Gegeven zijn twee vectoren $\vec{u} = \langle u_1, u_2, u_3 \rangle$ en $\vec{v} = \langle v_1, v_2, v_3 \rangle$ in de drie-dimensionale ruimte. Er geldt

$$\vec{u} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$$

en

$$\vec{v} \cdot (\vec{u} \times \vec{v}) = 0$$

Wat weet je dan over de vectoren \vec{u} en \vec{v} in wiskundige zin? Motiveer je antwoord met wiskunde!

3. We beschouwen drie vectoren: \vec{u} , \vec{v} en \vec{w} in de drie-dimensionale ruimte. Wat kan WEL en wat KAN niet:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} \cdot \vec{w} \quad \text{en} \quad \vec{u} \times \vec{v} \times \vec{w} \quad \text{en} \quad \vec{u} \times \vec{v} \cdot \vec{w}?$$

Leg uit waarom en wat WEL kan te betekenen heeft in wiskundige zin.

4. Gegeven is de vector $\vec{v} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$, waarbij a , b en c reële getallen zijn, die niet (allemaal) nul zijn.

- (a) We willen nu een 'eenheidsvector' (= vector met lengte 1) vinden die de zelfde richting heeft als de vector \bar{v} . Laten we die eenheidsvector \bar{w} noemen. Die vector kan berekend worden met

$$\bar{w} = \frac{\bar{v}}{\|\bar{v}\|}$$

Toon aan dat de norm van \bar{w} , dus $\|\bar{w}\|$ inderdaad gelijk aan 1 is.

- (b) Indien $a = 2$, $b = 2$, $c = -1$ bepaal dan de eenheidsvector \bar{w} .
- (c) Bereken de hoek tussen de x -as en deze vector.