

GEOS dec. 2000

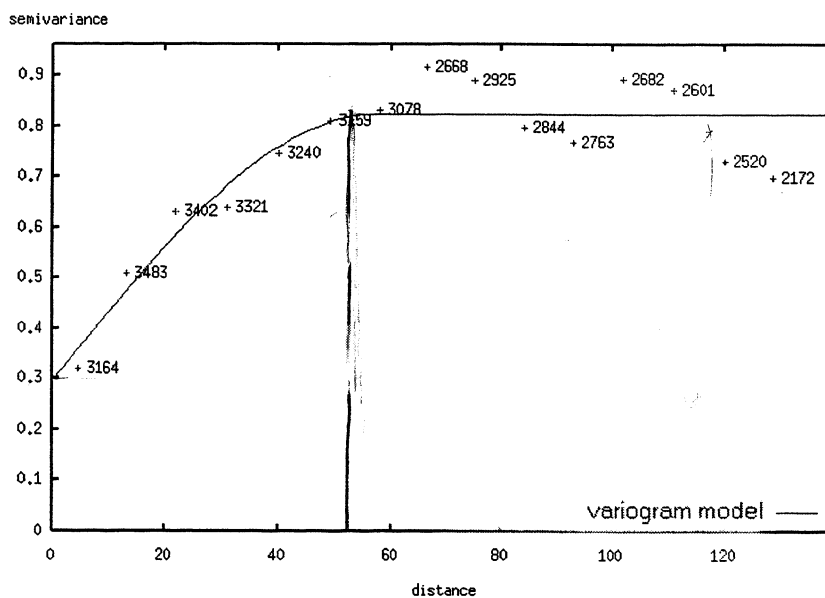
### Opgave 1.

Geef een korte, heldere en volledige beschrijving (of, zo mogelijk, een definitie) van de volgende begrippen. Gebruik geen formules.

- a) Digital Elevation Model (DEM)
- b) Anisotropie
- c) Exacte en inexacte interpolatie
- d) Stratified kriging

### Opgave 2.

Figuur 2.1 is een semivariogram van 400 waarnemingen van het volumetrisch vochtgehalte in het bodemvocht.

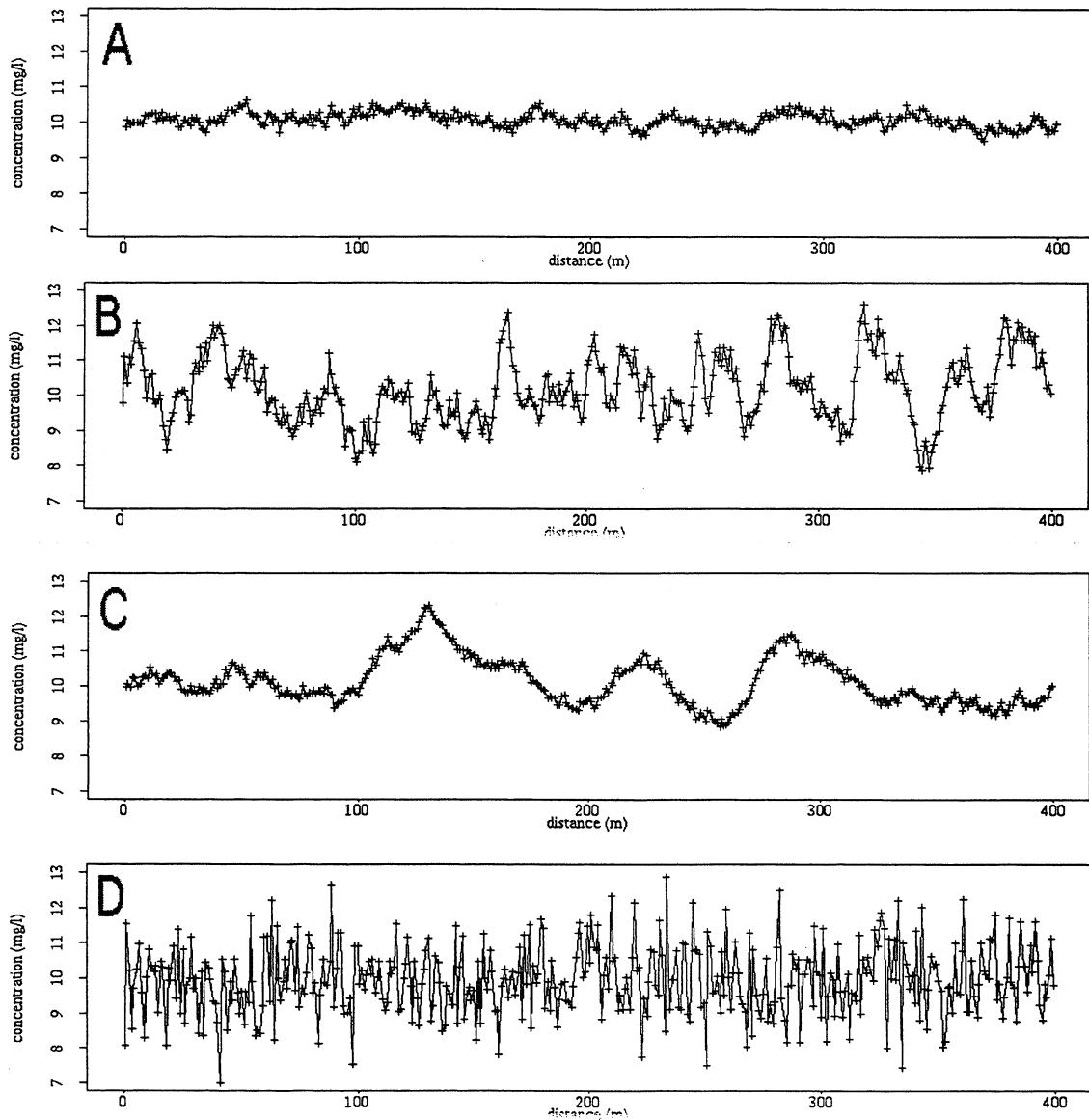


Figuur 2.1.

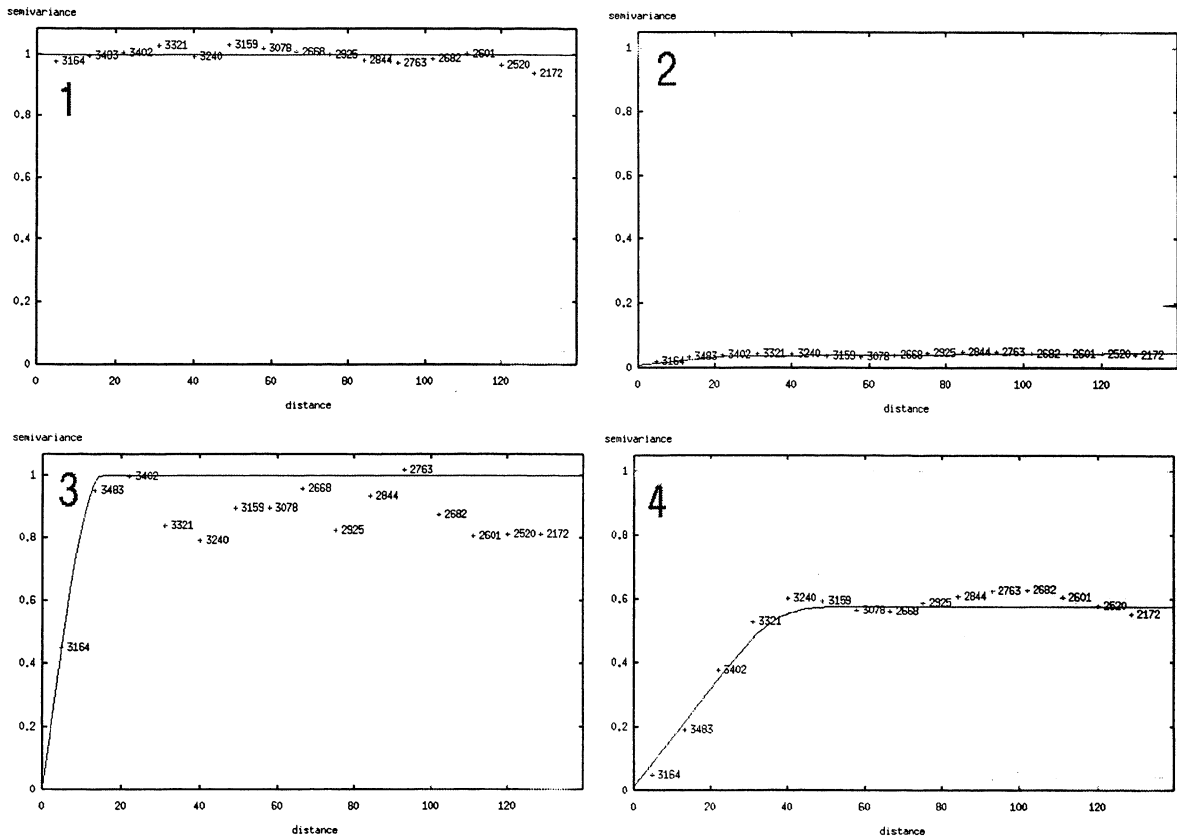
- a) De '+' symbolen geven de 'semivariance' bij een bepaalde 'distance' weer. Leg uit hoe deze waarden worden berekend uit de waarnemingen.
- b) Neem de figuur schematisch over op je antwoordpapier en geef aan hoe de 'nugget', 'sill' en 'range' waarden van het variogram model uit de figuur kunnen worden afgelezen.

Langs een recht transect zijn 400 bodemmonsters genomen, met een monsterafstand van 1 meter. Figuur 2.2a geeft de concentratie waarden in het bodemvocht (verticale as) van vier stoffen A, B, C en D, uitgezet tegen de afstand langs het transect (horizontale as). Voor elk van deze vier stoffen is het variogram berekend, op grond van 400 monsters.

- c) Geef voor elke stof (A, B, C en D in Figuur 2.2a) aan welk variogram (1,2,3, of 4 in Figuur 2.2b) bij die stof hoort. Leg uit waarom.



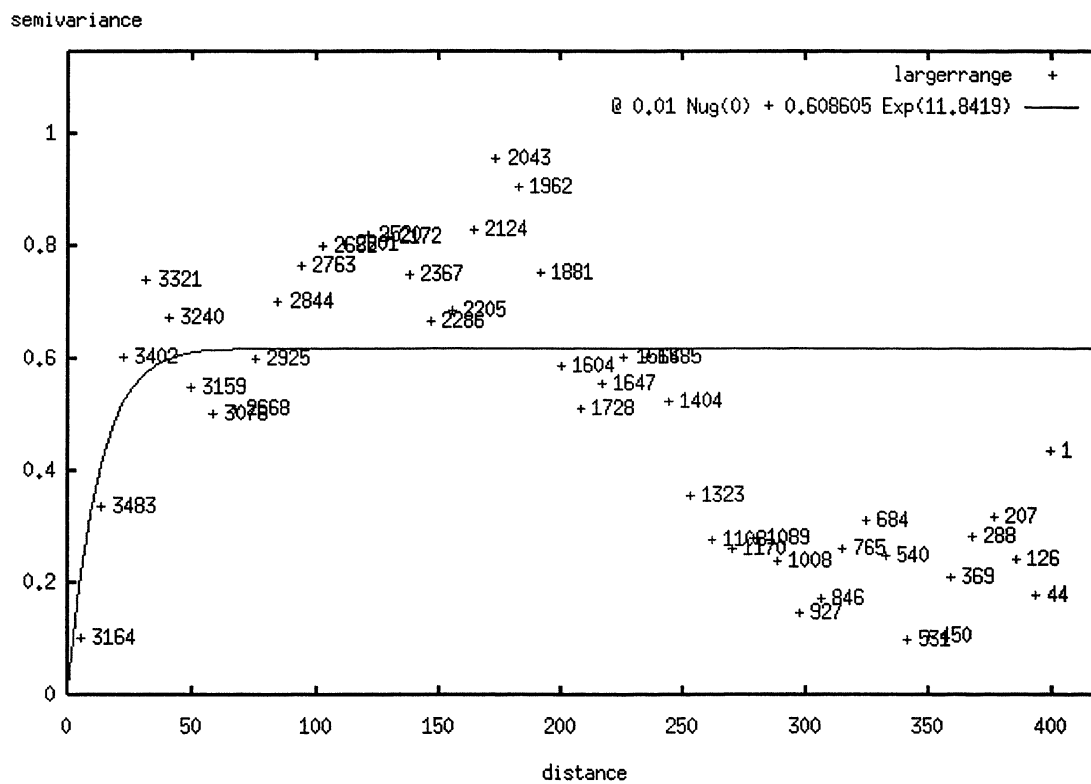
**Figuur 2.2a.** Concentratie in het bodemvocht (mg/l, verticale as) van vier stoffen A, B, C en D, gemeten langs een recht transect bestaande uit 400 monsters. Horizontale as is afstand langs het transect (meter).



**Figuur 2.2b.** Semivariogrammen behorend bij de stoffen in Figuur 2.2a. 'distance' op de x-as is in meters.

Iemand heeft voor een andere stof, gemeten langs hetzelfde transect van 400 meter, het variogram bepaald zoals gegeven in Figuur 2.3 (zie volgende bladzijde) en dat in z'n rapportage opgenomen.

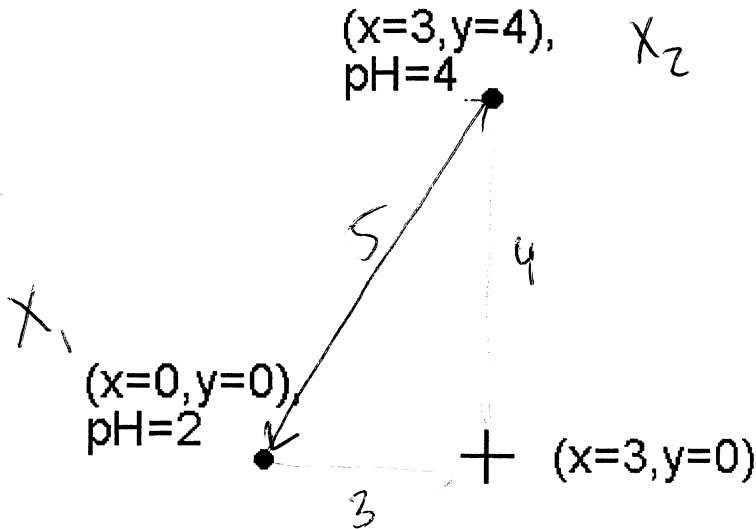
- d) Wat heeft de persoon die het semivariogram in Figuur 2.3 heeft gemaakt fout gedaan? Leg uit.



**Figuur 2.3.** Semivariogram van een ander stof, gebaseerd op 500 waarnemingen genomen langs een transect van 400 meter (bemonsteringsafstand 1 meter). De 'distance' op de x-as is in meters.

### Opgave 3.

Figuur 3.1 geeft een interpolatie situatie voor pH waarden. De punten zijn de twee waarnemingslocaties, met x- en y-coördinaten (m), en de gemeten pH. Het kruis (+) is de interpolatie locatie waarop moet worden geïnterpoleerd.



**Figuur 3.1.** pH data set. Punten: waarnemingslocaties, met x- en y-coördinaten (m) en de gemeten pH. Het kruis is de interpolatie locatie.

- Interpoleer pH voor de locatie '+' in Figure 3.1 met 'inverse distance weighting' interpolatie. Gebruik hiervoor een 'inverse distance power' waarde van 2. Zie het formuleblad aan het eind van dit tentamen formulier!
- Is 'inverse distance weighting' interpolatie een lokale of een globale interpolatie methode? Leg uit.
- Interpoleer voor de locatie '+' in Figuur 3.1 met 'nearest neighbourhood interpolation' (Thiessen polygonen). Geef toelichting.

Het variogram van de pH data is een lineair variogram:

$$\gamma(h) = c \cdot \frac{h}{a} \quad \text{for } 0 \leq h \leq a$$

$$\gamma(h) = c \quad \text{for } h > a$$

met:

- $h$  de afstand in het variogram
- $a$  de range in het variogram (m)
- $c$  de sill in het variogram

Voor het vinden van de 'ordinary point kriging weights' moet de matrix met de kriging weights en de Lagrange parameter

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ \phi \end{bmatrix}$$

worden gevonden door het oplossen van de matrix vergelijking

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \lambda \\ \phi \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

- d) Geef de gevulde matrices  $\mathbf{A}$  en  $\mathbf{b}$  voor de pH data set in Figuur 3.1. Gebruik het hierboven gegeven lineaire variogram, met een range van  $a = 10$  en een sill van  $c = 2$ . Zie het formule blad achteraan dit tentamen formulier!
- e) Voer nu een 'ordinary point kriging' interpolatie uit op de locatie '+' in Figuur 3.1. Geef alleen de ordinary point kriging voorspelling. Zie het formule blad achteraan dit tentamen formulier! Je hoeft zelf niet de matrix  $\mathbf{A}$  te inverteren, de inverse matrix is:

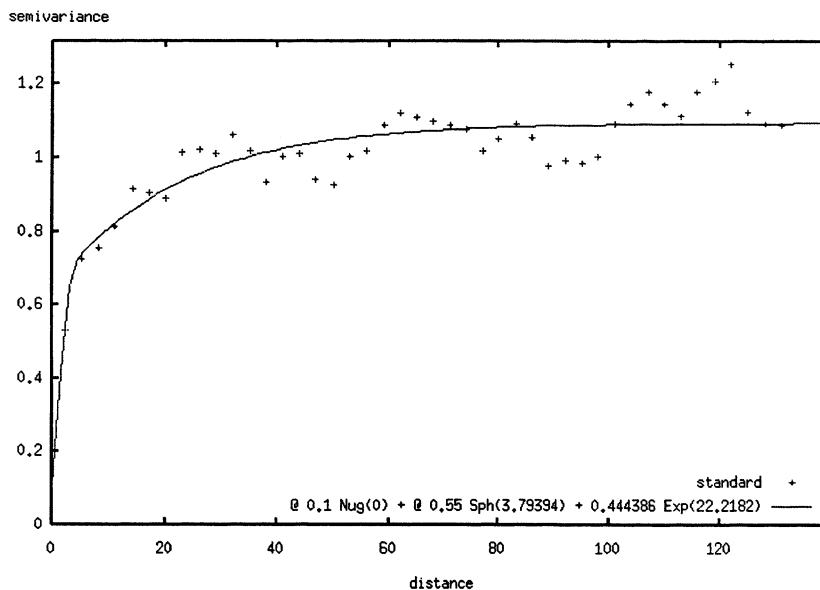
$$\mathbf{A}^{-1} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & -0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & -0.5 \end{bmatrix}$$

#### Opgave 4.

Iemand maakt een ruimtelijk regen-afvoer model van een klein stroomgebied in Zuid-Limburg (oppervlakte 800 x 1000 m). Voor de infiltratie module van dit model is een kaart nodig van het volumetrisch vochtgehalte ( $m^3/m^3$ ) van de bovenste bodemlaag, die schattingen van het volumetrisch vochtgehalte bevat met een support van 10x10 m.

Het volumetrisch vochtgehalte wordt bepaald door het vergelijken van het gewicht van een bepaalde hoeveelheid bodemmateriaal en het gewicht van dit materiaal na droging in een stoof in het laboratorium.

In een eerste verkennende monstercompagne, wordt een bemonstering uitgevoerd enkel en alleen bedoeld om het variogram te schatten. Hiertoe worden 60 ringmonsters (ringen van 5 cm doorsnee en 3 cm dikte) genomen van het bovenste deel van de bodem. Voor ieder ringmonster wordt het volumetrisch vochtgehalte bepaald in het lab door droging van het materiaal. De ringmonsters worden genomen volgens 'cluster sampling'. Op grond van deze monsters wordt een variogram bepaald (Figure 4.1).



**Figuur 4.1.** Variogram van verkennende monstercompagne.

- a) Wat is een 'cluster sampling'? Waarom wordt bij dit verkennend onderzoek, ter bepaling van het variogram, dit bemonsteringschema gebruikt?

Het variogram (Figure 4.1) geeft aan dat er voornamelijk variatie in het bodemvochtgehalte is over korte (1-4 m) afstanden. Dit wordt verklaard doordat er op korte afstanden een grote variatie is in de stenigheid in de bodem, waardoor ook het bodemvochtgehalte varieert over dergelijke korte afstanden.

- b) Waaraan kan in het variogram in Figuur 4.1 worden gezien dat er voornamelijk variatie in het bodemvochtgehalte is over korte (1-4 m) afstanden?

Op grond van de verkennende campagne, wordt een monsterplan ter kartering van het hele gebied opgesteld met een support van 10x10 m. Voor deze campagne kunnen maximaal 200 monsters in de stoof worden gedroogd. Er kunnen echter meer ringmonsters worden genomen in het veld, indien nodig.

- c) Geef een goed monsterplan voor deze tweede bemonstering (noem de methode, of geef een schets). Geef daarnaast aan hoe de monsters het beste kunnen worden genomen, in het veld.

De gegevens van deze tweede bemonstering laten zien dat er een verband bestaat tussen de hoogte in het terrein (m) en het bodemvochtgehalte. Er wordt besloten om dit verband te gebruiken bij de interpolatie van het hele gebied.

- d) Leg uit welke interpolatie methode kan worden gebruikt om dit verband te gebruiken bij de interpolatie. Geef aan hoe deze interpolatie methode in zijn werk gaat. Je hoeft hierbij geen formules te geven.



## FORMULE BLAD

Inverse distance weighting interpolation:

$$\hat{Z}(\mathbf{x}_0) = \frac{\sum_{i=1}^n Z(x_i) \cdot d_{i0}^{-r}}{\sum_{i=1}^n d_{i0}^{-r}}$$

Ordinary point kriging vergelijkingen:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_i, x_j) + \phi = \gamma(x_j, x_0) \quad \text{for all } j, \text{ and}$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

in matrix notatie:

$$\mathbf{A} \begin{bmatrix} \lambda \\ \phi \end{bmatrix} = \mathbf{b}$$

met

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_1) & \gamma(x_1, x_2) & \dots & \gamma(x_1, x_n) & 1 \\ \gamma(x_2, x_1) & \gamma(x_2, x_2) & \dots & \gamma(x_2, x_n) & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \gamma(x_n, x_1) & \gamma(x_n, x_2) & \dots & \gamma(x_n, x_n) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \lambda \\ \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_n \\ \phi \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1, x_0) \\ \gamma(x_2, x_0) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \gamma(x_n, x_0) \\ 1 \end{bmatrix}$$

**Ordinary point kriging voorspelling:**

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot z(x_i)$$

**Ordinary point kriging variantie:**

$$\hat{\sigma}^2(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \gamma(x_i, x_0) + \phi$$