

# Tentamen Global Seismology 1 (GE04-1408)

6 november, 2008, 11.00-14.00

2008

1. Het representatie theorema wordt gegeven door

$$\begin{aligned}
 u_n(\bar{x}, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V f_i(\bar{\xi}, \tau) G_{in}(\bar{\xi}, t - \tau; \bar{x}, 0) dV(\bar{\xi}) \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S G_{in}(\bar{\xi}, t - \tau; \bar{x}, 0) T_i[\bar{u}(\bar{\xi}, \tau), \hat{n}] dS(\bar{\xi}) \\
 &- \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S u_i(\bar{\xi}, \tau) c_{ijpq} n_j G_{pn,q}(\bar{\xi}, t - \tau; \bar{x}, 0) dS(\bar{\xi})
 \end{aligned}$$

Geef een gedetailleerde verklaring van de betekenis van elk van de termen, inclusief een volledige uitleg van de Greense functie.

(Hierbij komt  $T_i[\bar{u}, \hat{n}]$  in de notatie van Aki & Richards overeen met  $T_i^{\bar{u}}$  uit het dictaat.)

2. De displacement  $u_n(\bar{x}, t)$  uit opgave 1 ten gevolge van slip  $\Delta\bar{u}(\bar{\xi}, \tau)$  langs een breukvlak  $\Sigma$  met normaal  $\hat{\nu}$  kan gerepresenteerd worden door een equivalente body force

$$f_p^{\Delta\bar{u}}(\bar{\eta}, \tau) = - \int_{\Sigma} \Delta u_i(\bar{\xi}, \tau) c_{ijpq} \nu_j \frac{\partial}{\partial \eta_q} \delta(\bar{\eta} - \bar{\xi}) d\Sigma(\bar{\xi})$$

Neem aan dat  $\Delta\bar{u}(\bar{\xi}, \tau) = (\Delta u_1(\bar{\xi}, \tau), 0, 0)$ ,  $\hat{\nu} = (0, 0, 1)$ , en dat het breukvlak zich bevindt in het vlak met  $\xi_3 = 0$ .

Neem voorts aan dat het medium isotroop is.

(a) Bepaal  $f_1^{\Delta\bar{u}}(\bar{\eta}, \tau)$  en  $f_3^{\Delta\bar{u}}(\bar{\eta}, \tau)$ .

(b) Representeren  $f_1^{\Delta\bar{u}}$  en  $f_3^{\Delta\bar{u}}$  krachten koppels? Verklaar.

(c) Laat zien dat het moment  $M_2$  om de  $\eta_2$ -as van  $f_1^{\Delta\bar{u}}$  gelijk is aan

$$\int_{\Sigma} \mu \Delta u_1(\bar{\xi}, \tau) d\Sigma,$$

$$\text{en dat } M_2 \text{ van } f_3^{\Delta\bar{u}} \text{ gelijk is aan } - \int_{\Sigma} \mu \Delta u_1(\bar{\xi}, \tau) d\Sigma.$$

$$(\bar{M} = \int_V (\bar{\eta} \times \bar{f}) dV)$$

De displacement  $u_n(\bar{x}, t)$  uit opgave 1 ten gevolge van slip langs een breukvlak kan ook beschreven worden door

$$u_n(\bar{x}, t) = \int_{\Sigma} \Delta u_i \nu_j c_{ijpq} * G_{pn,q} d\Sigma$$

(d) Verklaar de moment tensor representatie van slip langs een breukvlak met behulp van deze expressie.

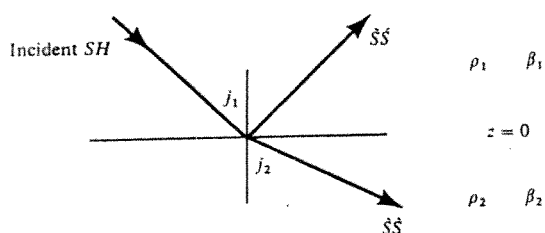
$c_{ijpq}$

$T_i = \lambda c_{ijpq} \dots$

$c_{ijpq} = \lambda \delta_{ij} \delta_{pq} + \mu (\delta_{ip} \delta_{jq} + \delta_{iq} \delta_{jp})$

$\lambda = \frac{2\mu\nu}{1-2\nu}$

3. Leid de eikonaal- en transportvergelijking af voor de scalaire golfvergelijking  $\nabla^2 \phi - c^{-2} \ddot{\phi} = 0$ .  
Doe dit door de Fourier transformatie toe te passen op de golfvergelijking en oplossingen te gebruiken van de vorm  $\phi(\bar{x}, \omega) = \phi_0(\omega) A(\bar{x}) e^{i\omega T(\bar{x})}$ .  
Voor welke benadering geldt de eikonaalvergelijking?
4. Beschouw onderstaande figuur waarin een monochromatische (met frequentie  $\omega$ ), neergaande, vlakke  $SH$ -golf invalt op een grensvlak op  $z = 0$ .



De amplitude van de invallende golf is  $S$ . De  $SH$ -reflectiecoëfficiënt is  $\dot{S}\dot{S}$ , de transmissiecoëfficiënt  $\dot{S}\dot{S}$ .

De  $S$ -snelheden en dichtheden zijn aangegeven in de figuur.

De  $x$ -richting is positief naar rechts,  $z$  is positief naar beneden.

- (a) Geef uitdrukkingen voor de verplaatsing  $\bar{u}^{inc}(\bar{x}, t)$  van de invallende vlakke golf, en van de gereflecteerde ( $\bar{u}^{refl}$ ) en getransmitteerde ( $\bar{u}^{trans}$ ) golven.
- (b) Laat zien dat de wet van Snellius volgt uit continuïteit van verplaatsing op het grensvlak.
- (c) Geef de tractie  $\bar{T}^{SH}(\hat{z})$  loodrecht op het grensvlak.
- (d) Gebruik continuïteit van tractie en uitwijking om  $\dot{S}\dot{S}$  en  $\dot{S}\dot{S}$  uit te rekenen.

$$\dot{S}\dot{S} = \frac{\rho_1 \beta_1 \cos j_1 - \rho_2 \beta_2 \cos j_2}{\rho_1 \beta_1 \cos j_1 + \rho_2 \beta_2 \cos j_2}$$

$$\dot{S}\dot{S} = \frac{2\rho_1 \beta_1 \cos j_1}{\rho_1 \beta_1 \cos j_1 + \rho_2 \beta_2 \cos j_2}$$

- (e) Wanneer wordt de getransmitteerde  $S$ -golf inhomogeen?  
Beschrijf de verschillen tussen deze inhomogene golf en een normale lopende getransmitteerde golf.