

Lineaire Algebra en Vector Analyse (GEO2-1201)

1 oktober 2009, 13.00-15.00, Deel 1

Toon ook de tussenstappen.

1. Bereken de determinant van de volgende matrix

$$\begin{pmatrix} -2 & 8 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 5 & 1 \\ 1 & 10 & 6 & 5 \\ 4 & -6 & 4 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Los (indien mogelijk) de volgende stelsels vergelijkingen op:

(a)

$$\begin{aligned} x + y + 2z &= 9 \\ 2x + 4y - 3z &= 1 \\ 3x + 6y - 5z &= 0 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} 4x + y + 3z &= 4 \\ 2x - y + 3z &= 5 \\ 2x + 2y &= -1 \end{aligned}$$

3. Gegeven zijn de volgende twee lijnen:

$$\mathbf{r}_1 = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + \mathbf{k} + (4\mathbf{i} + \mathbf{j})t_1$$

$$\mathbf{r}_2 = -\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 5\mathbf{k} + (4\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + \mathbf{k})t_2$$

(a) Laat zien dat de lijnen elkaar snijden. Geef het snijpunt.

(b) Geef de cosinus of de sinus van de hoek tussen de twee lijnen.

(c) Bereken de afstand van de oorsprong $O(0, 0, 0)$ tot de eerste lijn \mathbf{r}_1 .

4. Gegeven is de matrix A :

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

(a) Bereken de inverse van A

(b) Gebruik A^{-1} om (x, y, z) op te lossen voor het volgende stelsel vergelijkingen:

$$\begin{aligned} 3x + 4y - z &= 1 \\ x + 3z &= 0 \\ 2x + 5y - 4z &= 0 \end{aligned}$$

Z.O.Z.



5. (a) Bereken de inverse van de transformatie

$$\begin{aligned}x' &= \cos \theta x - \sin \theta y \\y' &= \sin \theta x + \cos \theta y \\z' &= - z\end{aligned}$$

(b) Is de transformatie orthogonaal? Verklaar

6. A is een symmetrische $(n \times n)$ matrix.

B is een willekeurige $(n \times m)$ matrix.

Schrijf de uitdrukking

$$(B^T A B)^T$$

als een vermenigvuldiging van matrices A , B , en B^T in een zekere volgorde.

Laat zien met behulp van indexnotatie.

