

# Lineaire algebra en vector analyse (GEO2-1201)

4 Oktober 2017, 8.30–10.30

## Deel 1

Toon ook de tussenstappen.

1. Los (indien mogelijk) de volgende stelsels vergelijkingen op. Geef aan of de oplossing een punt, een lijn of een vlak representeert.

(a) Gebruik rijreductie

$$-2x + 5y + 5z = -1$$

$$x - 2y + 4z = 1$$

$$5x - 12y - 6z = 3$$

(b) Gebruik Cramer's rule

$$x - 3y + z = 2$$

$$2x - y = 2$$

$$4x - 3z = 1$$

2. Gegeven zijn de volgende twee vlakken:

$$2x + y - 2z = 3$$

$$3x - 6y - 2z = 4$$

(a) Bereken de cosinus van de hoek tussen de vlakken.

(b) Geef een punt dat op beide vlakken ligt.

(c) Bepaal de snijlijn van de twee vlakken.

(d) Bereken de afstand van de oorsprong tot het eerste vlak ( $2x + y - 2z = 3$ ).

3. Gegeven is matrix  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

(a) Bereken de inverse van  $A$ .

(b) Is  $A$  orthogonaal? Toon aan.

(c) Beschrijft  $A$  een rotatie en/of reflectie? Verklaar.

Geef de rotatie-as en de rotatie-hoek en/of het reflectie vlak.

(Verklaar hoe je aan je antwoorden komt)

(d) Gebruik  $A^{-1}$  om  $(x,y,z)$  op te lossen voor het volgende stelsel vergelijkingen:

$$x/\sqrt{2} + y/\sqrt{2} = a$$

$$x/\sqrt{2} + y/\sqrt{2} = b$$

$$-z = c$$

4.  $A$  en  $B$  zijn  $(n \times n)$  matrices.

(a) Geldt  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ ? Toon aan.

(b) Is  $AA^T$  een symmetrische matrix? Toon aan met behulp van indexnotatie.

(c) Geldt  $\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA)$ ? Toon aan met behulp van indexnotatie.

(d) Laat zien dat de volgende determinant 0 is zonder deze te berekenen.

Hint: Gebruik regels voor determinanten. Verwissel bijvoorbeeld de rijen en kolommen

$$\begin{vmatrix} 0 & a & -b \\ -a & 0 & c \\ b & -c & 0 \end{vmatrix}$$