

## Tussentoets Differentiaalvergelijkingen

Donderdag 19 december 2013

Succes!

1. Een raket met massa  $m$  wordt vanaf het aardoppervlak vertikaal omhoog geschoten. De raket wordt afgeremd door de zwaartekracht  $F_g = mg$  en door de wrijving met de dampkring  $F_w = kv$ , waarbij  $g$  de versnelling van de zwaartekracht is,  $v$  de snelheid van de raket en  $k$  een constante. Volgens de Wet van Newton geldt de volgende differentiaal vergelijking

$$m \frac{dv}{dt} = -(mg + kv)$$

- (a) Bepaal de algemene oplossing van deze DV
- (b) Neem de volgende waarden voor de constanten:  $m = 0.1$ ,  $k = 1$  en  $g = 10$ . Als de raket met een beginsnelheid  $v(0) = 1$  wordt afgeschoten, bepaal dan de particuliere oplossing
- (c) Stel dat de oplossing gegeven wordt door

$$v(t) = 2e^{-10t} - 1$$

bepaal dan na hoeveel tijd de raket tot stilstand komt

- (d) Indien de snelheid gedefinieerd is als  $v = ds/dt$ , bepaal dan hoe hoog de raket maximaal komt? De beginvoorwaarde voor  $s$  is  $s(0) = 0$ .

2. Bepaal de oplossing van het volgende beginvoorwaardeprobleem

$$(x^2 + 1) \frac{dy}{dx} + xy^2 = 0 \text{ met } y(0) = 1$$

3. Gegeven is de volgende twee-de orde DV

$$\frac{d^2y}{dx^2} + k \frac{dy}{dx} + y = 0$$

- (a) Voor welke waarde(n) van  $k$  heeft deze vergelijking een oplossing in de vorm

$$y(x) = e^{mx}(C_1 + xC_2)$$

en wat zijn de bijbehorende waarden (!) van  $m$ ?

- (b) Indien de volgende beginvoorwaarden gegeven zijn:  $y(0) = 1$  en  $dy/dx(0) = 1$ , bepaal dan de particuliere oplossing in het geval dat  $k = -2$

- (c) Voor welke waarde(n) van  $k$  heeft deze vergelijking periodieke oplossingen?

4. Gebruik de integrerende factor methode om de oplossing te bepalen van de volgende DV

$$4\frac{dy}{dx} + 2y - \frac{2}{1 + e^{2x}} = 0$$

.... **Einde** ....

